ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

Лекция №4

План лекции:
1. Теория теплообмена (основные понятия)
2. Температурное поле. Температурный градиент
3. Дифференциальное уравнение теплообмена
4. Передача тепла через плоскую стенку в стационарных условиях
5. Передача тепла через цилиндрическую стенку
6. Тепловая изоляция

1. ТЕОРИЯ ТЕПЛООБМЕНА (ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ)

Теория теплообмена – это **учение о процессах переноса теплоты в пространстве**. Теплообмен является основой многих явлений, наблюдаемых в природе и технике.

В теории теплообмена под процессом переноса теплоты понимается **процесс обмена внутренней энергией между элементами системы в форме теплоты**.

Любой процесс переноса теплоты в пространстве называется теплообменом. Теплообмен – сложное явление, которое можно расчленить на ряд простых. Теплота может передаваться тремя простейшими принципиально отличными друг от друга способами: **теплопроводностью, конвективным переносом и излучением**.

Явление теплопроводности состоит в переносе теплоты структурными частицами вещества – молекулами, атомами, электронами – в процессе их теплового движения. Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температуры.

Явление конвективного переноса теплоты наблюдается лишь в жидкостях и газах. Конвективный перенос – это распространение теплоты, обусловленное перемещением макроскопических элементов среды. Объемы жидкости или газа, перемещаясь из области с большей температурой в область с меньшей температурой, переносят с собой теплоту.

Конвективный перенос может осуществляться в результате свободного или вынужденного движения жидкости или газа.

Свободное движение (**свободная конвекция**) возникает тогда, когда частицы жидкости в различных участках системы находятся под воздействием массовых сил различной величины.

Например, отопительная батарея подогревает соприкасающийся с ней воздух путем теплопроводности. Плотность подогретого воздуха меньше плотности окружающей среды – подогретый воздух поднимается вверх, а не его место приходит холодный воздух.

Вынужденное движение (**вынужденная конвекция**) происходит под действием внешних поверхностных сил. Разность давлений, под действием которой перемещается теплоноситель, создается с помощью насосов, эжекторов и других устройств.

Теплообмен излучением (или радиационный теплообмен) состоит из испускания энергии излучения телом, распространения ее в пространстве между телами и поглощения ее другими телами. В процессе испускания внутренняя энергия излучающего тела превращается в энергию электромагнитных волн, которые поглощаются окружающими телами. Таким образом энергия излучения превращается во внутреннюю энергию поглощающего тела.

2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ. ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГРАДИЕНТ

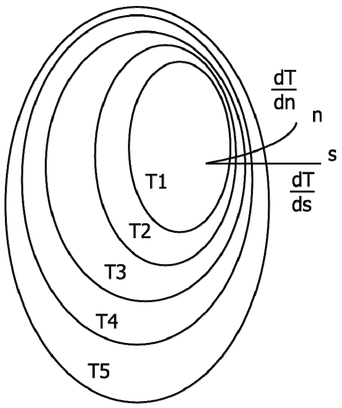
Количество теплоты, передаваемой в единицу времени через произвольную поверхность, оценивается **тепловым потоком**. Тепловой поток, отнесенный к единице площади поверхности, **называется плотностью теплового потока, или тепловой нагрузкой** $q,[\text{Дж}/\text{м}^2\text{с} = \text{Вт}/\text{м}^2]$.

Тепловые потоки возникают в телах и между телами только при наличии разности температур. Температурное состояние тела или системы тел можно охарактеризовать с помощью **температурного поля**, под которым понимается совокупность мгновенных значений температур во всех точках изучаемого пространства:

$$T = f(x, y, z, \tau). \tag{1}$$

Температурное поле, которое изменяется во времени, называется **нестационарным.** Если температура не изменяется во времени, температурное поле называется **стационарным**.

Температурное поле тела можно охарактеризовать с помощью серии **изотермических поверхностей**. Под изотермической поверхностью понимается геометрическое место точек с одинаковой температурой. Если тело рассечь плоскостью, то изотермические поверхности на этой плоскости изобразятся в виде их следов – изотермических линий, которые называются **изотермами**.



Производная температуры по нормали к изотермической поверхности называется **температурным градиентом**. Температурный градиент – векторная величина, поэтому интенсивность изменения температуры вдоль осей координат определится проекциями температурного градиента на эти оси:

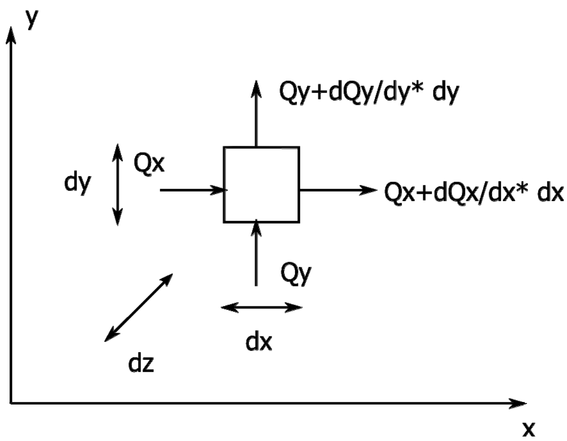
$$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}. \tag{2}$$

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООБМЕНА

Вывод дифференциального уравнения теплообмена основан на законе сохранения энергии. Если пренебречь кинетической и потенциальной энергией системы, то закон сохранения энергии запишется в виде первого начала термодинамики:

$$dQ = dH - Vdp \tag{3}$$

Для простоты, рассмотрим вывод дифференциального уравнения энергии для двумерного процесса переноса теплоты в жидкости или газе. Для этого необходимо в рассматриваемой области выделить бесконечно малый объём газа и рассмотреть тепловой баланс этого объёма. Изменение всех параметров процесса по координате z равно 0.



Т.к. стенки контрольного объёма проницаемы для теплоносителя, то давление внутри объёма остаётся постоянным. С учётом нестационарности процесса и связи энтальпии с температурой теплоносителя уравнение (3) можно записать в виде:

$$dQ = mc_p \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau. \tag{4}$$

Т.е. теплота, подведённая к объёму за счёт всех механизмов теплопереноса, идёт на увеличение энтальпии (температуры) теплоносителя. В отсутствии внутренних источников теплоты теплота, подведённая к системе за единицу времени, может быть записана следующим образом:

$$dQ = Q_x + Q_y - \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx\right) - \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy\right) \quad \text{или} \quad dQ = -\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy\right). \tag{5}$$

Вводя понятие плотности теплового потока, уравнение (5) можно переписать в виде:

$$dQ = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dxdydzd\tau. \tag{6}$$

Приравнивая выражения (4), (6) и выражая массу теплоносителя через плотность, получим дифференциальное уравнение теплообмена в виде:

$$\boxed{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right)} \tag{7}$$

Величины q_x, q_y – проекции вектора плотности теплового потока на оси координат.

Поскольку тепловой поток может обеспечиваться различными механизмами теплопереноса, рассмотрим составляющие этого теплового потока в отдельности.

Теплопроводность

Основным законом теплопроводности является предложенная Фурье гипотеза о пропорциональности теплового потока температурному градиенту. В проекциях на оси координат можно записать:

$$q_x = -\lambda \frac{dT}{dx}; \quad q_y = -\lambda \frac{dT}{dy}, \tag{8}$$

где: $q_x, q_y, [\text{Вт}/\text{м}^2]$ – проекции вектора теплового потока, связанные с механизмом теплопроводности; $\lambda, [\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})]$ – коэффициент теплопроводности.

Величина коэффициента теплопроводности зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов. Наибольшим коэффициентом теплопроводности обладают металлы, наименьшим – газы.

Коэффициенты **теплопроводности металлов** и сплавов имеют значения от 7 до 490 $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$. С увеличением температуры теплопроводность большинства металлов уменьшается.

Неметаллические материалы имеют значительно меньшие величины $\lambda = 0,023 - 2,9$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$. Среди них наибольший интерес представляют теплоизоляционные, керамические и строительные материалы. Материалы, имеющие $\lambda < 0,25$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$ при $T = 50...100\,^0\text{C}$, называют **теплоизоляторами.**

Жидкости (кроме расплавленных металлов) имеют небольшую величину $\lambda = 0,093...0,7$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$. У большинства жидкостей (кроме воды и глицерина) коэффициент теплопроводности уменьшается с увеличением температуры.

Газы и пары очень плохо проводят теплоту теплопроводностью $\lambda = 0,006...0,58$ $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$. Коэффициенты теплопроводности газов увеличиваются с ростом температуры.

Конвективный перенос теплоты

Конвективный перенос теплоты связан с перемещением макроскопических объёмов теплоносителя. Интенсивность конвективного теплопереноса определяется скоростью движения среды, которая в свою очередь зависит от многих факторов, таких как перепад давлений, плотность среды, режим течения (ламинарный или турбулентный) и т.д.

Плотность теплового потока, возникающего за счёт конвекции, в проекциях на оси координат можно записать так:

$$q_x = \rho c_p w_x T; \quad q_y = \rho c_p w_y T, \tag{9}$$

где w_x, w_y – проекции вектора скорости потока теплоносителя.

Теплоперенос излучением

Имеет существенные отличия в понятиях и определениях теплового потока и будет рассмотрен в отдельности.

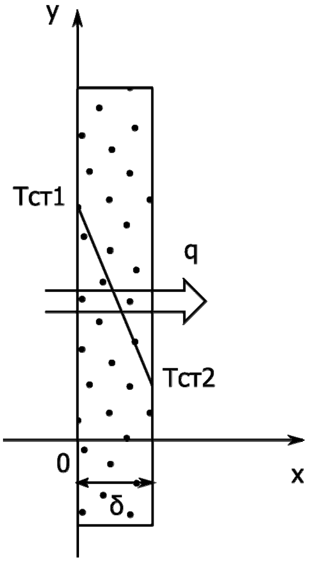
Подставив соотношения (9) и (8) в общее дифференциальное уравнение теплообмена, при $\lambda = \text{const}, c_p = \text{const}$ получим:

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2}\right)} \tag{10}$$

Полученное нами уравнение теплообмена (10) описывает нестационарное изменение температуры теплоносителя в каждой точке плоскости $x - y$ при наличии процессов конвективного переноса теплоты и переноса теплоты теплопроводностью.

4. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ В СТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Передача тепла через плоскую твёрдую однородную стенку в стационарных условиях является частным случаем общей задачи теплообмена, позволяющий существенно упростить дифференциальное уравнение теплообмена и получить его точное решение. Вместе с тем такие процессы очень часто встречаются в технике.



Упрощение, связанное со стационарностью процесса, позволяет исключить первый член уравнения (10). Поскольку стенка является твёрдой, конвективный перенос тепла отсутствует – это позволяет исключить второй и третий члены уравнения (10). Полагая, что толщина стенки намного меньше её высоты, процессы теплообмена можно рассматривать только в одном направлении – поперёк стенки. Таким образом уравнение, описывающее теплопередачу через стенку, можно записать следующим образом:

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2}=0} \tag{11}$$

Задавая постоянство температуры стенки при $x=0$ и $x=\delta$, решение уравнения (11) можно получить в виде:

$$T=\frac{T_{ст2}-T_{ст1}}{\delta}x+T_{ст1}. \tag{12}$$

Плотность теплового потока в соответствии с законом Фурье можно записать следующим образом:

$$\boxed{q=\frac{\lambda}{\delta}\left(T_{ст1}-T_{ст2}\right)} \tag{13}$$

Соотношение λ/δ называется **тепловой проводимостью** плоской стенки, а обратная величина **внутренним термическим сопротивлением**.

Процесс теплопроводности через каждый слой многослойной стенки аналогичен рассмотренному выше. Выражение для плотности теплового потока через $i-$ый слой можно записать так:

$$q=\frac{\lambda_i}{\delta_i}\left(T_{стi1}-T_{стi2}\right). \tag{14}$$

На границе раздела двух слоев возникает **контактное термическое сопротивление**, обусловленное неплотным соприкосновением поверхностей. Плотность теплового потока через контакт между $i-$ым и $i+1-$ым слоем можно записать так:

$$q=\frac{1}{R_{Ki-(i+1)}}\left(T_{стi2}-T_{ст(i+1)1}\right). \tag{15}$$

Выражая разности температур по толщине каждого слоя стенки (с учётом контактного сопротивления) и проводя суммирование по всем слоям, получим:

$$\boxed{q=\frac{T_{ст1}-T_{ст2}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}+\sum\limits_{i=1}^{n-1}R_{Ki-(i+1)}}} \tag{16}$$

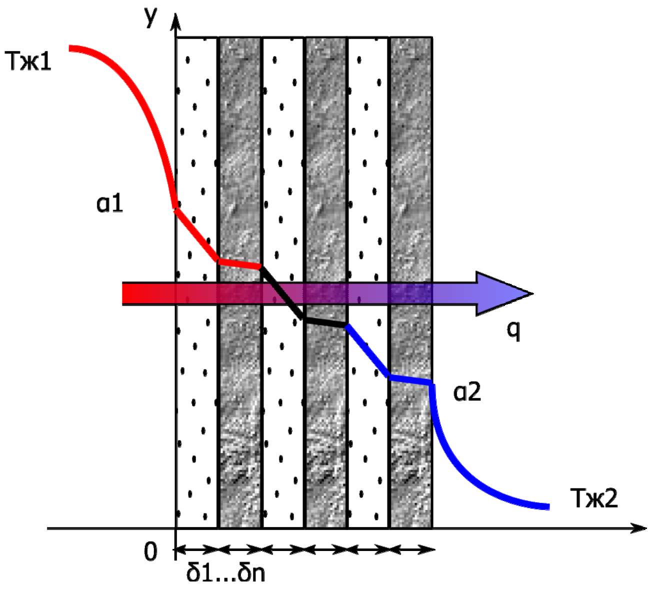
Как правило, в теплообменных системах кроме твёрдых элементов присутствуют жидкие или газообразные теплоносители. В силу интенсивного перемешивания элементов жидкой или газообразной среды её температура интенсивно изменяется при удалении от охлаждаемого или нагреваемого объекта. В таких условиях теплота передаётся не только теплопроводностью, но и конвекцией (о которой мы будем говорить позже). В целом тепловой поток в такой среде будет определяться перепадом температур между ядром среды (на большом удалении от охлаждаемой или нагреваемой поверхности) и самой поверхностью:

$$Q = \alpha\left(T_{ж} - T_{ст}\right)F, \tag{17}$$

где: $Q,\left[Вт\right]$ – количество отведённого тепла от поверхности площадью F. $T_{ж}$ – температура среды, $T_{ст}$ – температура поверхности.

Коэффициент пропорциональности в этой формуле $\alpha,\left[Вт/\left(м^2 \cdot град\right)\right]$ называется **коэффициентом теплоотдачи и характеризует интенсивность теплообмена при заданном перепаде температур.** Чем выше α, тем интенсивнее среда отводит или подводит тепло к поверхности.

Для получения расчетной формулы теплового потока при теплопередаче, учитывающей все виды теплопереноса у поверхности, рассмотрим теплопроводность многослойной плоской стенки. Теплоносители имеют температуры $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$, а интенсивность их теплообмена с поверхностями стенки определяется коэффициентами теплоотдачи α_1 и α_2.



При стационарном режиме теплообмена плотности теплового потока от первого теплоносителя к стенке, через стенку и от стенки ко второму теплоносителю одинаковы.

С учетом формул для многослойной плоской стенки плотности теплового потока определяются выражениями:

$$\begin{aligned} q &= \alpha_1\left(T_{ж1} - T_{ст1}\right); \\ q &= \frac{T_{ст1} - T_{ст(n+1)}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} R_{Ki-(i+1)}}; \\ q &= \alpha_2\left(T_{ст(n+1)} - T_{ж2}\right). \end{aligned} \tag{18}$$

Выразив из этих уравнений разности температур в явном виде и просуммировав левые и правые части полученных равенств, найдем формулу для плотности теплового потока:

$$\boxed{\begin{aligned} &q = k\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right) \\ &k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} R_{Ki-(i+1)} + \frac{1}{\alpha_2}} \end{aligned}} \tag{19}$$

Величина k носит название **коэффициента теплопередачи**.

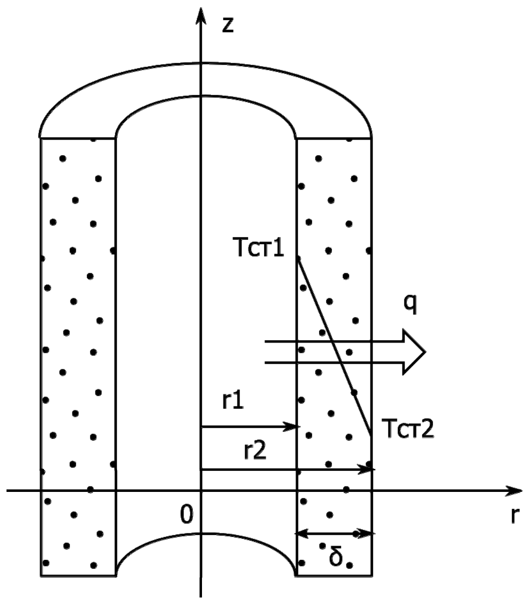
5. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ

В реальных условиях плоских стенок с бесконечно большой площадью не существует. Как правило, задачи теплообмена сводятся к анализу теплового состояния замкнутых полостей или протяжённых каналов. Простейшим случаем является теплопередача через стенки достаточно длинной трубы. Труба обладает радиальной симметрией, и теплота передаётся только в направлении радиуса трубы. Такую задачу можно рассчитать в одномерном приближении, записав исходное дифференциальное уравнение теплопроводности (10) в цилиндрических координатах:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}\right). \tag{20}$$

В стационарных условиях при равномерном распределении температуры по стенкам трубы дифференциальное уравнение теплообмена сводится к следующему:

$$\boxed{\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = 0} \tag{21}$$



С учётом граничных условий:

$$\left.T\right|_{r=r1} = T_{ст1}$$
$$\left.T\right|_{r=r2=r1+\delta} = T_{ст2}, \tag{22}$$

решение уравнения (21) можно получить в следующем виде:

$$\boxed{T = T_{ст1} + \left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)\frac{\ln\left(d/d_1\right)}{\ln\left(d_1/d_2\right)}} \tag{23}$$

Полный тепловой поток через изотермическую поверхность можно оценить по закону Фурье:

$$\boxed{Q = \pi L \frac{\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)}{\dfrac{\ln\left(d_2/d_1\right)}{2\lambda}}}, \tag{24}$$

где L – длина трубы.

Величину $\ln\left(d_2/d_1\right)/\left(2\lambda\right)$ называют **внутренним термическим сопротивлением цилиндрической стенки**. Величину $q_l = Q/L$ называют **линейной плотностью теплового потока**.

Для задач теплопередачи в сложных условиях (с учетом конвекции, излучения и т.д.) применяют формулу вида:

$$\boxed{q_l = \frac{\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{2\lambda_i}\ln\dfrac{d_{i+1}}{d_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1}\dfrac{R_{Ki-(i+1)}}{d_{i+1}} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}} \tag{25}$$

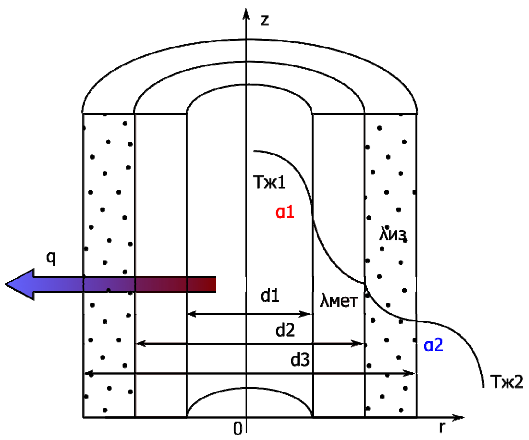
6. ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ

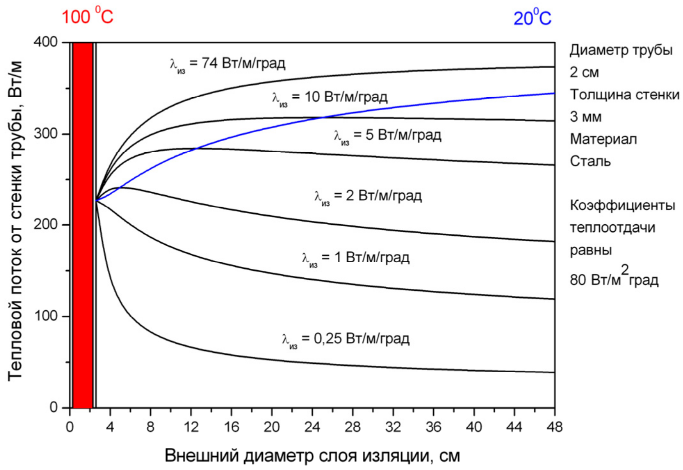
Рассмотрим более подробно задачу теплоизоляции трубопроводов. Предположим, что имеется металлическая труба большого удлинения (внутренний диаметр d_1, внешний диаметр d_2, теплопроводность металла $\lambda_{мет}$) со слоем теплоизоляции (внешний диаметр

d_3, теплопроводность изоляции $\lambda_{из}$). Коэффициенты теплоотдачи со стороны нагретой жидкости в трубе и со стороны охлаждающей жидкости с наружи заданы и равны α_1 и α_2. Теплоизоляция идеально наложена на трубу – контактное сопротивление отсутствует.

Из соотношения (25) видно, что при постоянных значениях коэффициентов теплоотдачи термическое сопротивление стенок трубы нелинейно зависит от диаметра внешнего слоя. В этом случае линейная плотность теплового потока от жидкости внутри трубы к охлаждающей жидкости снаружи будет равна:

$$\boxed{q_l = \frac{\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_{мет}}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_{из}}\ln\dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}}} \qquad (26)$$





В общем виде зависимость теплопотерь от диаметра внешней изоляции и её теплопроводности можно записать следующим образом:

$$\boxed{q_l = \frac{\pi\Delta T}{k_{трубы} + \dfrac{1}{2\lambda_{из}}\ln\dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}}} \qquad (27)$$

Как видно из рисунка, плотность теплового потока в зависимости от диаметра тепловой изоляции и её теплопроводности может как увеличиваться, так и уменьшаться. Для каждого материала существует определённый так называемый **критический диаметр тепловой изоляции.** Если диаметр изоляционного слоя меньше этого диаметра, то теплопотери изолируемого потока жидкости только увеличиваются.

Из анализа формулы (27) на экстремумы можно получить:

$$\boxed{d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}} \qquad (28)$$

Как видно из рисунка, критический диаметр тепловой изоляции существует не для всех значений коэффициента теплопроводности. Для некоторых материалов $d_{кр} < d_2$. В этом случае изоляционный материал при любой толщине слоя приводит к снижению интенсивности теплообмена с окружающей средой.